

BAC GÉNÉRAL – MATHÉMATIQUES

Terminale spécialité – Sujet d'entraînement

Durée conseillée : **60 minutes** Total : **20 points**

Un exercice. La calculatrice est autorisée. Justifier les réponses et détailler les étapes du raisonnement.

Référence : BM-2026-10-13.1-2026101396-1024-guide-60. Les chapitres proposés ne couvrent pas tout le programme.

Exercice 1 – Suites récurrentes et modélisation

20 points

Niveau : Guidé

Une serre utilise une réserve d'eau renouvelée quotidiennement. On étudie un modèle simplifié du volume présent après chaque renouvellement.

Le volume initial est $u_0 = 156$ litres. Chaque jour, on conserve une fraction $\frac{3}{5}$ de l'eau présente, puis on ajoute 72 litres. On suppose que la capacité du réservoir suffit. Après n jours, le volume est u_n litres ; ainsi $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 72$.

Partie A

A1. Calculer u_1 et u_2 sous forme exacte.

(1,8 pt)

A2. Démontrer que $u_n < 180$ pour tout n , puis que (u_n) est strictement croissante. Pour l'hérédité, utiliser $\frac{3}{5} \times 180 + 72 = 180$. Ensuite, factoriser $u_{n+1} - u_n$.

(5,5 pt)

A3. En déduire que (u_n) converge.

(1,8 pt)

Partie B

B1. Poser $v_n = u_n - 180$. Démontrer que (v_n) est géométrique, puis exprimer v_n et u_n en fonction de n . Calculer v_{n+1} en fonction de v_n , puis utiliser $v_n = v_0 q^n$.

(5,5 pt)

B2. Déterminer la limite et l'interpréter dans le modèle.

(1,8 pt)

Partie C

C1. Déterminer le premier jour où l'écart à la limite est strictement inférieur à 0,1 litre. Justifier la minimalité du rang. Résoudre $24 \left(\frac{3}{5}\right)^n < 0,1$; attention au signe de $\ln\left(\frac{3}{5}\right)$.

(3,6 pt)