

BAC GÉNÉRAL – MATHÉMATIQUES

Terminale spécialité – Corrigé détaillé

Durée conseillée : 60 minutes

Total : 20 points

Un exercice. La calculatrice est autorisée. Justifier les réponses et détailler les étapes du raisonnement.

Référence : BM-2026-10-13.1-2026101396-1024-guide-60. Les chapitres proposés ne couvrent pas tout le programme.

Exercice 1 – Suites récurrentes et modélisation

20 points

Partie A

A1. $u_1 = \frac{3}{5} \times 156 + 72 = \frac{828}{5}$ et $u_2 = \frac{3}{5} \times (\frac{828}{5}) + 72 = \frac{4284}{25}$ litres.

A2. Initialement, $156 < 180$. Si $u_n < 180$, alors $u_{n+1} < \frac{3}{5} \times 180 + 72 = 180$ car $\frac{3}{5} > 0$. La récurrence est établie. Puis $u_{n+1} - u_n = (\frac{2}{5})(180 - u_n) > 0$.

A3. La suite est croissante et majorée par 180, donc elle converge d'après le théorème de convergence monotone.

Partie B

B1. Pour avoir $v_{n+1} = av_n$, il faut $ac + 72 - c = 0$, soit $c = 180$. Alors $v_{n+1} = \frac{3}{5}v_n$ et $v_0 = -24$. Donc $v_n = -24(\frac{3}{5})^n$ et $u_n = 180 - 24(\frac{3}{5})^n$.

B2. Comme $0 < \frac{3}{5} < 1$, sa puissance tend vers zéro. Ainsi $u_n \rightarrow 180$: le volume se rapproche de 180 litres, sans atteindre cette valeur à un rang fini.

Partie C

C1. L'écart vaut $24(\frac{3}{5})^n$. Comme $\ln(\frac{3}{5}) < 0$, la condition équivaut à $n > \ln(0,1/24)/\ln(\frac{3}{5})$. Le premier rang est 11. En effet, les écarts aux rangs 10 et 11 valent respectivement 0,14512 et 0,08707 litre.