

BAC GÉNÉRAL – MATHÉMATIQUES

Terminale spécialité – Corrigé détaillé

Durée conseillée : 60 minutes

Total : 20 points

Un exercice. La calculatrice est autorisée. Justifier les réponses et détailler les étapes du raisonnement.

Référence : BM-2026-10-13.1-2026101303-32-mixte-60. Les chapitres proposés ne couvrent pas tout le programme.

Exercice 1 – Loi binomiale et concentration

20 points

Partie A

A1. Les 6 épreuves sont indépendantes, à deux issues et de même probabilité $p = \frac{3}{20}$. Donc $X \sim \mathcal{B}(6; \frac{3}{20})$. On a $P(X = 0) = (1 - \frac{3}{20})^6 \simeq 0,3771$ et $P(X = 1) = 6 \times \frac{3}{20}(1 - \frac{3}{20})^5 \simeq 0,3993$.

A2. L'événement contraire est $X = 0$. Donc $q = P(X \geq 1) = 1 - (1 - \frac{3}{20})^6 \simeq 0,6229$. Les calculs suivants utilisent la valeur exacte de q .

Partie B

B1. Les lots portent sur des pièces distinctes dont les états sont indépendants. Les événements de signalement sont donc indépendants, de même probabilité q . Ainsi $Y \sim \mathcal{B}(11; q)$, $E(Y) = 11q \simeq 6,8514$ et $V(Y) = 11q(1 - q) \simeq 2,5840$.

B2. $P(Y \leq 1) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = (1 - q)^{11} + 11q(1 - q)^{10} \simeq 0,0004$.

Partie C

C1. La probabilité vaut $1 - (1 - q)^N$. La condition équivaut à $N \geq \frac{\ln(1 - \frac{19}{20})}{\ln(1 - q)}$, puisque $\ln(1 - q) < 0$. Le premier entier convient pour $N = 4$. Avec les valeurs exactes, $1 - (1 - q)^3 < \frac{19}{20} \leq 1 - (1 - q)^4$; les probabilités correspondantes sont environ 0,946354 et 0,979767.