

BAC GÉNÉRAL – MATHÉMATIQUES

Terminale spécialité – Corrigé détaillé

Durée conseillée : 60 minutes

Total : 20 points

Un exercice. La calculatrice est autorisée. Justifier les réponses et détailler les étapes du raisonnement.

Référence : BM-2026-10-13.1-2026101397-128-mixte-60. Les chapitres proposés ne couvrent pas tout le programme.

Exercice 1 – Logarithmes, équations et suites

20 points

Partie A

A1. $e^x + 2 > 0$. La composition avec $\ln$ est donc définie et dérivable. $f'(x) = \frac{e^x}{2(e^x+2)} > 0$: f est strictement croissante.

A2. $f(x) = x \iff e^{2x} = e^x + 2$. Avec $t = e^x > 0$, on obtient $(t - 2)(t + 1) = 0$. Seule $t = 2$ est positive ; l'unique solution est $\ell = \ln 2$.

Partie B

B1. $u_1 = \frac{1}{2} \ln(3) \simeq 0,549$; $u_1 > u_0$ car $3 > 1$.

B2. $u_0 = 0$ et $0 < u_1 < \ln 2$ car $1 + 2 < 4$. Si $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \ln 2$, la croissance de f donne $0 < f(0) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq f(\ln 2) = \ln 2$. La propriété est donc vraie par récurrence.

B3. La suite est croissante et majorée par $\ln 2$; elle converge vers une limite L . Par continuité de f , $L = f(L)$. A2 donne $L = \ln 2$.